

Herramientas de cubicación para pino oregón (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb) Franco) ubicado en la zona de Valdivia

Predicting stem volume tools for Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb) Franco)
located in the zone of Valdivia

CLAUDIO TORRUBIANO, HERNAN SALINAS

Casilla 1241, Valdivia, Chile.

SUMMARY

Different taper and volume equations were evaluated to be applied in Douglas fir plantations. For the processes of fitness and validation we worked with information of 180 trees coming from stands owned by the Experimental Forest Center (CEFOR) of the Universidad Austral de Chile. One measure of bias and one of error were used to evaluate the different models in their volume predictions, taper equations were also evaluated in their diameters and heights estimations. Although volume equations give the better results, we do not recommend their use consequense of crossing in the estimations.

Key words: Douglas fir, volume equations, taper equations.

RESUMEN

Se evaluaron diferentes funciones de volumen y ahusamiento para ser aplicadas en plantaciones de pino oregón. Para los procesos de ajuste y validación se trabajó con información de 180 árboles provenientes de rodales pertenecientes al Centro Experimental Forestal (CEFOR) de la Universidad Austral de Chile. Un estadístico de error y otro de sesgo se usaron como medidas para evaluar las distintas funciones en sus estimaciones de volúmenes, las funciones de ahusamiento se evaluaron además en sus estimaciones de diámetros y alturas. Si bien las funciones de volumen entregan los mejores resultados, su uso no se recomienda por un problema de cruzamiento de las estimaciones.

Palabras claves: pino oregón, funciones de volumen, funciones de ahusamiento.

INTRODUCCION

El objetivo del presente estudio consiste en obtener herramientas que permitan estimar volúmenes, para plantaciones de pino oregón ubicadas en los alrededores de Valdivia, tanto para el total del fuste como hasta diferentes índices de utilización (volúmenes comerciales). Para esto se evalúan diferentes funciones de volumen, así como modelos fustales (funciones de ahusamiento).

METODOLOGIA

Los datos fueron aportados por el Centro Experimental Forestal (CEFOR) de la Universidad

Austral de Chile y corresponden a mediciones de 180 árboles de pino oregón (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb) Franco) recolectadas en predios ubicados en los alrededores de la ciudad de Valdivia, X Región.

A cada árbol se le midió el diámetro a 1.30 m., altura total, altura hasta el comienzo de la copa verde, altura de tocón y alturas de sección cada 1 metro; registrándose para cada sección su altura y diámetro. Todos los diámetros se midieron con corteza para luego descortezar el fuste en el punto de medición y leer el diámetro sin corteza. El cuadro 1 presenta información descriptiva de los datos mencionados:

CUADRO 1

Estadísticos descriptivos del conjunto de datos.

Descriptive statistics for the data set.

	d	d _u	h	V _(iu08)	V _(iu18)	
N. de Casos	180	180	180	180	180	161
Mínimo	9.00	8.00	10.40	0.029	0.010	0.0007
Máximo	49.50	46.00	31.00	2.180	2.174	2.118
Media	23.96	22.33	20.30	0.495	0.485	0.427
Desv. Stand.	8.92	8.36	6.76	0.470	0.471	0.483
C. V. (%)	37.23	37.47	33.32	94.94	97.18	113.25

donde

d = diámetro (cm) con corteza medido a 1 30 m sobre el suelo;

d_u = diámetro (cm) sin corteza medido a 1 30 m sobre el suelo;

h = Altura total (m);

v = Volumen total sin corteza (m³);

V_(iu08) = Volumen (m³) sin corteza hasta índice de Utilización de 8 cm;

V_(iu18) = Volumen (m³) sin corteza hasta índice de Utilización de 18 cm;

A objeto de detectar errores y obtener una base con información consistente para el ajuste y validación de los modelos fustales y de volumen, la información se validó en forma gráfica utilizando el programa "CURVAS" (Lardiez, 1991).

MODELOS AJUSTADOS

Funciones de ahusamiento Para el desarrollo de funciones de ahusamiento, el método más común consiste en ajustar una ecuación a los perfiles de una muestra representativa M'Hirit y Postaire (1985) manifiestan que la elección de la forma analítica del modelo paramétrico es siempre un problema crítico ya que en situaciones donde *a priori* hay poco conocimiento de la naturaleza de los perfiles, el supuesto de una forma paramétrica particular puede llevar a resultados poco satisfactorios. En lugar de describir el perfil del resultado será imponer un perfil a la muestra de trabajo. Una solución a lo planteado es intentar con varios modelos y comprobar cuál provee un mejor ajuste.

La forma mas común para describir los cambios diamétricos que se presentan desde la base hasta el fin del fuste contempla el empleo de una única función (modelos de árbol general). Como ejemplos pueden nombrarse los modelos propues-

tos por Matte (1949), Osumi (1959), Kozak *et al.* (1969), Demaerschalk (1973), todos citados por Kozak (1988), Bruce *et al.* (1968), Ormerod (1973), Goulding y Murray (1976), Coffré (1982), Gordon (1983), Amidon (1984), Lowell (1986) y Real (1989).

Algunos autores postulan que es extremadamente difícil, si no imposible, lograr que un único modelo de regresión trabaje adecuadamente a lo largo de todo el perfil del árbol. Por esto sugieren que el uso de diferentes funciones para la parte superior e inferior del fuste puede mejorar el sistema de predicción. Se trabaja con diferentes modelos para las distintas partes del fuste uniendo estas funciones de forma que se igualen las estimaciones en los puntos de unión de las ecuaciones ajustadas. Los modelos polinomiales segmentados fueron descritos por Fuller (1969), Gallant y Fuller (1973) y Gallant (1974), todos citados por Max y Burkhart (1976) y como ejemplo pueden citarse los modelos propuestos por Petrini (1921), Tirén (1922), Petterson (1927), Heijbel (1928), todos citados por Ormerod (1986); Max y Burkhart (1976), Demaerschalk y Kozak (1977), Bennett *et al.* (1978), citado por Parresol *et al.* (1987), Cao *et al.* (1980), Matney y Sullivan (1980), citados por Pérez *et al.* (1990) y Brink y von Gadow (1986), citados por Kozak (1988).

Trabajos recientes en ecuaciones de ahusamiento emplean un número mayor de variables o nuevas técnicas para modelos de las dos variables generalmente usadas (diámetro a la altura de pecho y altura total). Ejemplos de ecuaciones complejas de dos variables son los modelos de forma (exponente) variable de Reed y Byrne (1985); Newberry y Burkhart (1986) y Newnham (1988), citados por Newnham (1992); Kozak (1988), Newnham (1992) y el método del punto diámetro de Ormerod (1986). El uso de una tercera variable como largo de copa surge de las ideas expresadas por Gray (1956), citado por Larson (1963), que las tasas de ahusamiento debajo de la copa son menores que aquellas dentro de la copa. Numerosos autores han incorporado alguna expresión de copa dentro de funciones de ahusamiento (Feduccia *et al.*, 1979; Dell *et al.*, 1979; Dell, 1979, todos citados por Rustagi y Loveless, 1991; Valenti y Cao, 1986; Burkhart y Walton, 1985; Ormerod, 1986; Walters y Hann, 1986; Hann *et al.* 1987 y Real, 1989).

En el presente trabajo se evalúan diferentes expresiones; el objetivo es obtener la mejor expresión entre las estudiadas a efecto de recomendar su uso. Para el desarrollo de esta investigación se seleccionaron ecuaciones que corresponden a distintos tipos de funciones de ahusamiento. Los modelos de trabajo son:

Modelos Generales

Bruce *et al.* (1968):

$$d_{uj2}/d^2 = b_1 X^{1.5} + b_2 (X^{1.5} - X^3)d + b_3 (X^{1.5} - X^3)h + b_4 (X^{1.5} - X^{32})hd + b_5 (X^{1.5} - X^{32})h^{0.5} + b_6 (X^{1.5} - X^{40})h^2$$

donde:

- X = (h - h_j) / (h - 1.3);
- d_{uj} = diámetro sin corteza (cm) medido a la altura h_j en el fuste;
- d = diámetro (cm) a 1.30 m con corteza (cm);
- h = Altura total (m) del árbol;
- h_j = Altura de medición (m) desde el suelo hasta diámetro d_{uj};
- b_i = parámetros de la función a ser estimados; i = (1,.....,6).

Modelos de forma o exponente variable:

Kozak (1988):

$$\ln(d_{uj}) = b_0 + b_1 \ln(d) + b_2 d + b_3 \ln(L)J^2 + b_4 \ln(L)\ln(J+0.001) + b_5 \ln(L)(J^{0.5}) + b_6 \ln(L)e^J + b_7 \ln(L)(d/h)$$

donde :

- L = (1 - (h_j/h)^{0.5}) / (1 - I^{0.5})
- J = h_j / h y h_j ≠ h
- I = Localización del punto de inflexión. Este se mantuvo constante a un 20% de la altura total. Todos los demás términos ya han sido definidos previamente.

El modelo recién descrito corresponde a la ecuación que resulta después de linealizar y reemplazar diferentes expresiones en la función original.

Pérez *et al.* (1990) :

$$\ln(d_{uj}) = b_0 + b_1 \ln(d) + b_2 \ln(L)J^2 + b_3 \ln(L)\ln(J + 0.001) + b_4 \ln(L)(d/h)$$

los términos ya fueron definidos.

Newnham (1992):

$$(d_{uj} / d_u) = X^{1/\exp(\ln(K))}$$

donde :

- ln(K) = b₀ + b₁X + b₂(d/h)² + b₃X²(d/h) + b₄h/h_j^{0.5} + b₅d(h/h_j)
- ln = logaritmo natural; los términos restantes ya fueron definidos.
- d_u = diámetro (cm) a 1.30 m sin corteza (cm);

La ecuación presentada se modificó para trabajar con el diámetro a 1.30 m. con corteza (d) en lugar del diámetro a 1.30 sin corteza (d_u).

Por lo expuesto la ecuación de ajuste fue

$$(d_{uj} / d) = X^{1/\exp(\ln(K))}$$

Torrubiano (1994):

$$(d_{uj} / d_u) = X^{1/\exp(\ln(K))}$$

donde :

- ln(K) = b₀ + b₁ X^{0.5} + b₂ X⁶ + b₁ (d/h) + b₄ h²/h_j + b₅ h/h_j

La ecuación presentada se modificó para trabajar con el diámetro a 1.30 m. con corteza (d) en lugar del diámetro a 1.30 sin corteza (d).

Por lo expuesto la ecuación de ajuste fue $(d_{uj} / d) = X^{1/\exp(\ln(K))}$

Funciones de volumen. En la literatura se cita un gran número de funciones de volumen, lo que indica que no existe un único modelo aplicable y válido para todas las especies, y para cualquier condición de crecimiento. Por esta razón se evaluaron las siguientes funciones:

- (1) $v = b_0 d h$
- (2) $v = b_0 + b_1 d^2 h$
- (3) $v = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 h$
- (4) $v = b_0 + b_1 h + b_2 d^2 h$
- (5) $v = b_0 + b_1 d^2 + b_2 h + b_3 d^2 h$
- (6) $\ln(v) = b_0 + b_1 \ln(d) + b_2 \ln(h^2 / (h-1.3))$

Los coeficientes estimados para cada una de las funciones se muestran en Apéndice.

Evaluación de modelos. Para comparar los modelos se usó como medida de exactitud de las estimaciones la raíz cuadrada del error medio cuadrático (REMC), en tanto que la diferencia agregada (DA) se usó como medida de sesgo. Estas fueron aplicadas a los datos usados en el ajuste (replicación). Las expresiones de estos estadísticos son:

$$DA = \sum(O_i - E_i) / n$$

$$REMC = \sqrt{(O_i - E_i)^2 / n}$$

donde :

O_i = valor observado

E_i = valor estimado

n = número de observaciones

La división de estos estadísticos por la media de los valores observados y su multiplicación por 100, transforma las cifras en valores porcentuales.

Para cada modelo se determina el número de observaciones que caen en +/- 5, 10 y 20% de los valores estimados. Adicionalmente para las funciones de volumen la calidad del ajuste se describe a través del coeficiente de determinación (R^2).

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En un primer análisis se validan volúmenes totales y hasta índices de Utilización de 8 y 18 cm. Con este propósito se replican las funciones de volumen contra su correspondiente base de datos, y se estima volumen hasta los distintos diámetros comerciales con los modelos fustales bajo estudio para calcular estadísticos de error y sesgo, así como la proporción de observaciones que caen en +/- 5, 10 y 20% de los valores estimados.

En el cuadro 2 se presentan los resultados obtenidos al validar volumen total. Se observa que aun cuando la mayoría de las funciones se presentan como competitivas, con un comportamiento correcto, ciertas expresiones sobresalen respecto de las demás. Consecuencia de los valores de error y sesgo, se descartan el modelo (1) y las funciones de Bruce y Newnham. Como las mejores alternativas están, dentro de las funciones de volumen, los modelos (5) y (6) y la función de Pérez dentro de los modelos fustales. Kozak entrega un error levemente superior al de Pérez, pero la función carece totalmente de sesgo (0.14% de Diferencia Agregada). Las restantes funciones, de volumen y fustales, presentan un comportamiento similar con valores de error levemente inferiores (un punto porcentual aproximadamente) en el caso de las funciones de volumen.

En algunos modelos no se presenta la cifra de Diferencia Agregada ya que por método de ajuste este valor es cero (ajuste por mínimos cuadrados de una expresión lineal con intercepto); otros no presentan el Coeficiente de Determinación (R^2) ya que la variable de ajuste no es el volumen (log (v) para Modelo 6), por lo que las cifras no son comparables. En el caso de abusamiento porque la variable de ajuste es una expresión de diámetros y debido a que (i) R^2 no entrega la habilidad de la ecuación para ser integrada para la obtención de volumen, (ii) es más deseable contar con modelos que estimen correctamente los diámetros en cada parte del fuste a ecuaciones que entreguen un buen ajuste promedio (Demaerschalk (1973), citado por Lowell (1986)).

Comportamientos similares a los descritos se observan en los cuadros 3 y 4, cuando se estudian las estimaciones para volúmenes comerciales (índices de Utilización de 8 y 18 cm.).

CUADRO 2

Estadísticos para modelos de volumen total, sin corteza.
 Statistics for total volume inside bark volume models.

Función	R ²	DA	Sy.x	REMC	Proporción de observaciones		
	(%)	(%)	(m3)	(%)	5%	10%	20%
1	94.9	-12.35	0.154450	30.98	11.7	19.4	36.1
2	98.9	***	0.050168	10.04	43.9	73.3	93.9
3	98.9	***	0.050097	9.99	45.6	76.1	94.4
4	98.9		0.050123	9.99	46.7	72.2	95.0
5	98.9	***	0.049931	9.94	46.1	78.3	96.1
6	—	0.37	0.049497	9.96	48.3	77.2	95.6
Bruce <i>et al.</i> (1968)	—	3.31	0.063678	12.9	46.1	76.1	98.3
Kozak (1988)	—	0.14	0.062225	12.6	31.7	62.8	92.2
Pérez <i>et al.</i> (1990)	—	1.41	0.054754	11.0	30.0	61.1	87.2
Newnham (1992)	—	5.43	0.073715	14.9	40.0	69.4	95.0
Torrubiano (1994)	—	1.88	0.058429	11.8	36.7	60.6	92.2

CUADRO 3

Estadísticos para modelos de volumen IU 08 cm, sin corteza.
 Statistics for models of volume IU 08 cm, inside bark.

Función	R ²	DA	Sy.x	REMC	Proporción de observaciones		
	(%)	(%)	(m3)	(%)	5%	10%	20%
1	94.3	-13.7	0.161402	33.17	11.1	18.3	28.9
2	98.9	***	0.050314	10.30	43.9	70.6	91.1
3	98.9	***	0.050015	10.22	45.5	76.7	95.5
4	98.9	***	0.050305	10.22	41.1	66.7	91.7
5	98.9	***	0.049997	10.18	45.5	68.9	93.9
6	—	-2.51	0.073891	15.22	31.7	63.3	91.1
Bruce <i>et al.</i> (1968)	—	3.37	0.063788	13.14	42.8	71.1	93.9
Kozak (1988)	—	0.24	0.062657	12.91	27.8	56.7	87.8
Pérez <i>et al.</i> (1990)	—	1.52	0.055272	11.39	27.8	57.2	81.7
Newnham (1992)	—	5.68	0.074067	15.26	36.1	65.0	91.1
Torrubiano (1994)	—	2.05	0.058949	12.14	35.5	57.8	88.3

De estos cuadros se concluye que a medida que aumenta el Índice de Utilización aumenta el error. De valores del 10% para el volumen total se llega a cifras del orden del 15% (para los modelos competitivos) cuando el Índice de Utilización es de 18 cm. El modelo (1) y las funciones de Bruce y Newnham nuevamente resultan las peores opciones; a ésta se le suma el modelo (6) que pierde calidad de estimación a medida que aumenta el índice de utilización. Los modelos (4), (5) y las funciones de Pérez y Kozak se muestran como las mejores alternativas. Esta última función se incluye ya que aun cuando presenta valores de error levemente superiores a los otros modelos recomendados tiene la cualidad de generar valores despreciables de sesgo. Los restantes modelos quedan en una situación intermedia.

Una función de volumen se considera exacta cuando su error típico de estimación no supera el 15%. En este caso, el error típico se reemplazó por la raíz del error cuadrático medio. La diferencia entre ambos estadísticos es que en este último la sumatoria de los desvíos no está dividida por los grados de libertad, sino por todas las observaciones. Cuando el número de observaciones es

superior a 30, ambos valores prácticamente se igualan. De esto se desprende la calidad de los modelos recomendados como competitivos.

De lo presentado se puede concluir que hay dos funciones de volumen ((4) y (5)) y dos de ahusamiento (Pérez y Kozak) que sobresalen respecto a los demás modelos estudiados. Por valores de error y sesgo debería recomendarse el uso de las funciones de volumen, sin embargo las diferencias de los estadísticos no son de importancia y el trabajar con funciones de volumen puede presentar dos inconvenientes de importancia. En primer lugar, éstas se desarrollan para estándares de utilización específicos y serán útiles mientras éstos no cambien. Esta es una situación poco práctica ya que su evolución puede ser muy rápida en respuesta a condiciones económicas y de mercado local. La segunda razón, de mayor gravedad, es que al ajustar en forma independiente ecuaciones hasta distintos índices de utilización se pueden producir cruzamientos de las estimaciones dentro del rango de datos (Cao *et al.*, 1980) ya que el conjunto de ecuaciones resultantes se basan en ajustes independientes de ecuaciones no necesariamente relacionadas (Bruce *et al.*, 1968). Esta

CUADRO 4

Estadísticos para modelos de volumen 1U 18 cm, sin corteza.
 Statistics for models of volume 1U 18 cm, inside bark.

Función	R ²	DA	Sy.x	REMC	Proporción de observaciones		
	(%)	(%)	(m3)	(%)	5%	10%	20%
1	87.4	21.39	0.229375	53.50	10.5	19.2	26.1
2	97.9	***	0.069978	16.28	17.4	27.3	45.3
3	98.1	***	0.067692	15.69	19.9	32.9	54.6
4	98.4	***	0.062288	14.44	25.5	42.2	62.7
5	98.4	***	0.062330	14.40	26.7	44.7	65.2
6	—	20.81	0.481165	112.59	8.1	17.4	32.3
Bruce <i>et al.</i> (1968)	—	8.05	0.076805	18.31	20.1	37.8	59.7
Kozak (1988)	—	1.08	0.070313	16.55	14.2	29.6	48.8
Pérez <i>et al.</i> (1990)	—	3.17	0.064676	15.13	15.5	29.2	49.7
Newnham (1992)	—	10.03	0.090675	21.74	16.4	34.5	54.5
Torrubiano (1994)	—	3.82	0.067446	16.47	19.6	35.1	60.1

última situación se comprueba para este trabajo, al analizar los resultados de las estimaciones de diferentes volúmenes comerciales.

Las razones expuestas hicieron recomendable un segundo análisis de las funciones de ahusamiento antes de sugerir su uso. En éste, se estudió el comportamiento de los dos modelos preseleccionados (Pérez y Kozak) al analizar las estimaciones de diámetros y alturas tanto para el total del fuste como para porciones de éste. El objetivo era tener no sólo una idea del comportamiento general de la función sino que también de su desempeño en las distintas partes del fuste, con este propósito el fuste se dividió en 10 secciones relativas de igual longitud.

La figura 1 muestra sesgo y error promedio por sección a lo largo del fuste en la estimación de diámetros para los dos modelos preseleccionados; en el cuadro 5 se entregan los valores que dan origen a esta figura.

En el cuadro 5 y la figura 1 se observa una tendencia similar para ambos modelos tanto para los valores de error como para los de diferencia agregada. Al analizar los errores se observa que aumentan a lo largo del fuste. Los valores obteni-

dos en el primer décimo, superiores a las secciones vecinas, son consecuencia de no muy buenas estimaciones en el tocón. En las 6 secciones siguientes los valores de error se sitúan entre 6 y 7%, para aumentar a valores por encima del 20% en las secciones apicales. Las cifras de diferencia agregada muestran valores despreciables.

Si bien sería deseable que los valores de error se mantuvieran constantes, en términos porcentuales, a lo largo de todo el árbol, desde el punto de vista de la aplicación de la función no tiene mayor consecuencia ya que la mayor parte del volumen comercial se encuentra en los dos tercios basales y en éstos las cifras obtenidas avalan la calidad de los modelos seleccionados.

La principal ventaja de una función de ahusamiento desde el punto de vista de planeamiento es poder determinar las dimensiones de cualquier troza dentro de un árbol y consecuentemente simular trozado. En aquellas ocasiones en que las funciones de ahusamiento son usadas en inventarios que consideran volúmenes comerciales, es de gran importancia la capacidad de la ecuación para predecir altura a la que se encuentra un diámetro dado.

CUADRO 5

Estadísticos de error y sesgo por secciones del fuste en las estimaciones de diámetros para las funciones de Pérez *et al.* y Kozak.

Bias and error statistics by stem sections for diameters predictions for Pérez *et al.* and Kozak models.

Sección Relativa (%).	Pérez <i>et al.</i> (1990) DA (%)	Kozak (1989) DA (%)	Pérez <i>et al.</i> (1990) REMC (%)	Kozak (1989) REMC (%)
10	-2.84	-0.95	10.25	10.00
20	0.48	-1.25	5.88	6.68
30	2.09	-1.81	6.07	6.89
40	1.86	-1.73	5.96	6.55
50	1.74	-0.10	6.35	6.31
60	1.18	1.73	7.15	7.43
70	0.61	3.52	8.59	9.45
80	-0.61	3.71	12.56	13.30
90	-2.57	0.46	20.42	20.08
100	7.06	3.83	31.87	30.18
Todas	0.13	-0.20	9.16	9.39

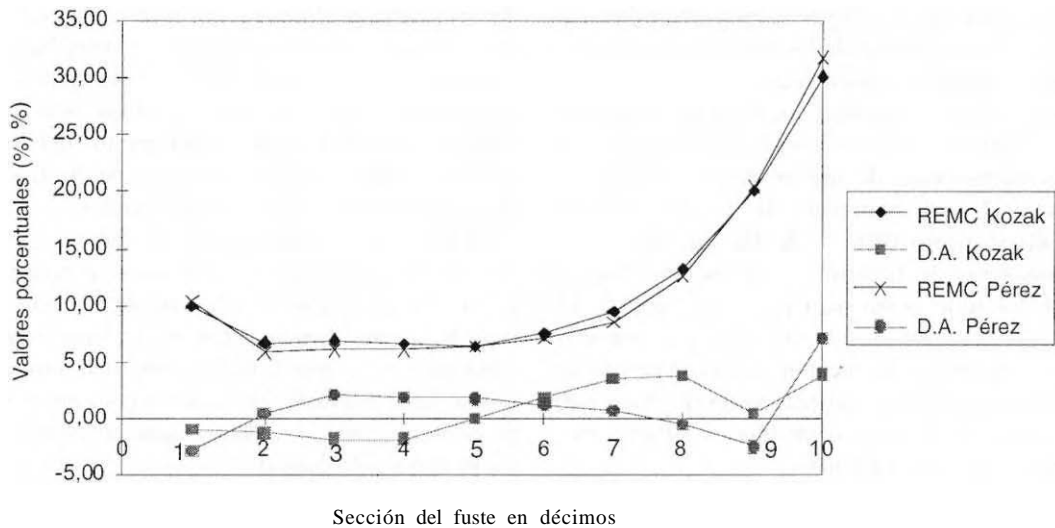


Figura 1. Estadísticos de error y sesgo por secciones del fuste en las estimaciones de diámetros para las funciones de Pérez *et al.* y Kozak.

Bias and error statistics by stem sections for diameters predictions for Pérez *et al.* and Kozak models.

La figura 2 muestra sesgo y error promedio por sección a lo largo del fuste en la estimación de alturas; en el cuadro 6 se entregan los valores que le dan origen.

Las cifras permiten concluir que ninguno de los dos modelos de trabajo es buena herramienta para modelar alturas en la mitad inferior del fuste

(la de mayor volumen y valor). Esta conclusión es consistente con los resultados obtenidos por Torrubbiano (1994) y se compatibiliza con el aumento observado en los valores de error para las estimaciones de volumen, a medida que aumenta el índice de Utilización buscado.

CUADRO 6

Estadísticos de error y sesgo por secciones del fuste en las estimaciones de alturas para las funciones de Pérez *et al.* y Kozak.

Bias and error statistics by stem sections for heights predictions for Pérez *et al.* and Kozak models.

Sección Relativa (%)	Pérez <i>et al.</i> (1990) DA (%)	Kozak (1989) DA (%)	Pérez <i>et al.</i> (1990) REMC (%)	Kozak (1989) REMC (%)
10	-35.57	-16.49	83.55	99.24
20	3.71	-8.19	36.58	52.57
30	10.14	-5.63	26.36	28.16
40	6.89	-3.07	18.67	15.51
50	3.80	0.30	12.63	9.8
60	1.68	1.97	8.39	7.52
70	0.50	2.26	5.23	5.66
80	0.00	1.56	4.24	4.82
90	-0.39	0.17	3.45	3.75
100	0.40	0.21	2.07	2.10
Todas	1.33	-0.14	10.32	10.38

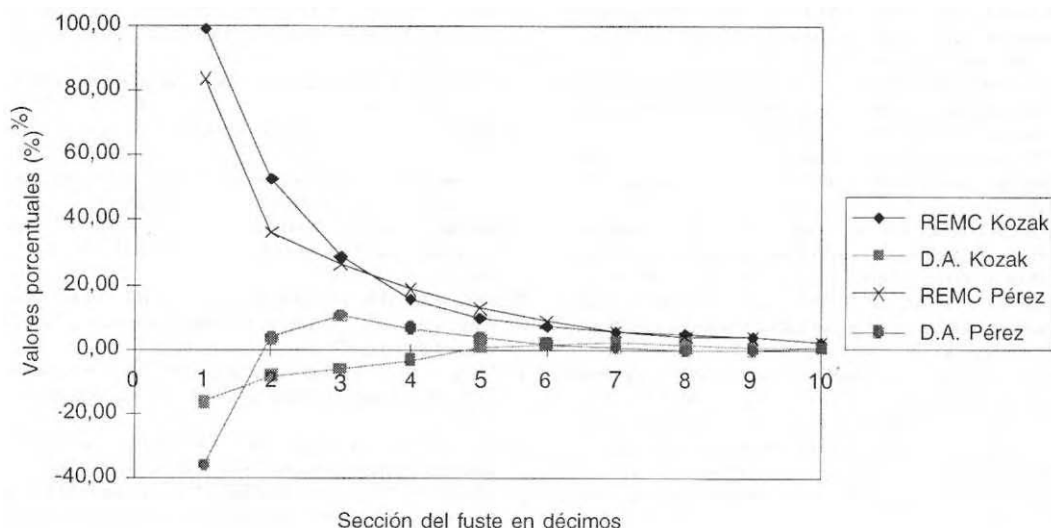


Figura 2. Estadísticos de error y sesgo por secciones del fuste en las estimaciones de alturas para las funciones de Pérez *et al.* y Kozak.

Bias and error statistics by stem sections for heights predictions for Pérez *et al.* and Kozak models.

La situación mostrada no afecta los trabajos de inventario que consideran alternativas de trozado (aquellas en las que hay productos definidos) ya que en este caso el sistema busca diámetros a alturas dadas y no la altura a que se encuentra cierto diámetro.

Hay que considerar que cuando se necesitan estimaciones precisas de altura es recomendable profundizar la posibilidad de otras formas de trabajo (ecuaciones que estimen alturas en forma directa, etc.).

CONCLUSIONES

Aun cuando las funciones de volumen entregan valores de error y sesgo levemente inferiores a los registrados por las funciones de ahusamiento no se recomienda su uso por un problema de cruces de las estimaciones. Esta inconsistencia se debe a que las ecuaciones se basan en ajustes independientes de ecuaciones de regresión empíricas no necesariamente relacionadas. Adicionalmente, está el inconveniente práctico de reajustar funciones si varían los índices de Utilización.

Las funciones de ahusamiento son excelentes herramientas en las áreas de mensura e inventario ya que permiten no sólo predecir el diámetro sin corteza en cualquier punto del fuste, sino que ade-

más es posible estimar el volumen y altura comercial hasta cualquier diámetro límite; y estimar volúmenes de trozas individuales.

Los resultados obtenidos en este estudio comprueban las bondades de trabajar con funciones de ahusamiento para estimar diámetros y volúmenes y ratifican la poca capacidad de éstos para modelar alturas, principalmente en la mitad inferior del fuste.

Los modelos de Pérez *et al.* y Kozak se presentan como las mejores alternativas de trabajo. Sin embargo, se sugiere que los posibles usuarios previo a su uso extensivo, analicen en forma exhaustiva su comportamiento en la práctica. Esto por dos razones : a) los datos de ajuste provienen de una pequeña zona por lo que su uso en situaciones alejadas a ésta puede determinar sesgos de consideración.

b) se debe comprobar que no se generen diferencias importantes, al cubicar una misma tabla de rodal con una u otra función.

BIBLIOGRAFIA

- AMIDON, E.L. 1984. "A general taper functional form to predict bole volume for five mixed-conifer species in California", *For. Sci.* 30: 166-171.
- BRUCE, D., R.O CURTIS, C. VANCOEVERING. 1968. "Development of a system of taper and volume tables for red alder", *For. Sci.* 14(3): 339-350.

- BURKHART, H.E., S.B. WALTON. 1985. "Incorporating crown ratio into taper equations for loblolly pine trees", *For. Sci.* 31(2): 478-484.
- CAO, Q.V., H.E. BURKHART, T.A. MAX. 1980. "Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit", *For. Sci.* 26(1):71-80.
- COFFRE, M. 1982. Modelos fustales. Tesis Ing. For. Universidad Austral de Chile, Facultad de Ingeniería Forestal. 44 pp.
- DEMAERSCHALK, J.P., A. Kozak. 1977. "The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profile", *Can. J. For. Sci.* 7: 488-497.
- GOULDING, C.J., J.C. MURRAY. 1976. "Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations", *N.Z. J. For. Sci.* 5(3): 312-325.
- GORDON, A. 1983. "Comparison of compatible polynomial taper equations", *N.Z. J. For. Sci.* 13(2): 146-155.
- HANN, D.H., D.K. WALTERS, J.A. SCRIVANI. 1987. "Incorporating crown ratio into prediction equations for Douglas-fir stem volume", *Can. J. For. Res.* 17: 17-22.
- KOZAK, A. 1988. "A variable-exponent taper equation", *Can. J. For. Res.* 18: 1363-1368.
- LARDIEZ, M.A. 1991. Programa "Curvas": Manual del Usuario. Manual de Trabajo S/N. Proyecto Nacional de Simulación de Pino radiata. Fundación Chile.
- LARSON, P.R. 1963. Stem form development of forest trees. *For. Sci. Monogr.* No 5.
- LOWELL, K.E. 1986. "A flexible polynomial taper equation and its suitability for estimating stem profiles and volumes of fertilized and unfertilized radiata pine trees", *Aust. For. Res.* 16: 165-174.
- MAX, T.A., H.E. BURKHART. 1976. "Segmented polynomial regression applied to taper equations", *For. Sci.* 22(3): 283-289.
- M'HIRIT, O., J.G. POSTAIRE. 1985. "A nonparametric technique for taper function estimation", *Can. J. For. Res.* 15: 862-871.
- NEWNHAM, R.M. 1992. "Variable-form taper functions for four Alberta tree species", *Can. J. For. Res.* 22: 210-223.
- ORMEROD, D.P. 1973. "A simple bole model", *For. Chron.* 49: 136-138.
- . 1986. "The diameter-point method for tree taper description", *Can. J. For. Res.* 16: 484-490.
- PARRESOL, B.R., J.E. Hotvedt, Q.V. CAO. 1987. "A volume and taper prediction for bald cypress", *Can. J. For. Res.* 17: 250-259.
- PEREZ, D.N., H.E. BURKHART, C.T. STIFF. 1990. "A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiele in Central Honduras", *For. Sci.* 36: 186-191.
- REAL, P.L. 1989. An individual tree taper system for douglas-fir in the inland - northwest. Ph.D. Thesis, University of Idaho.
- REED, C.C., J.C. BYRNE. 1985. "A simple, variable form volume estimation system", *For. Chron.* 61: 87-90.
- RUSTAGI, K.P., R.S. LOVELESS. 1991. "Compatible variable-form volume and stem-profile equations for Douglas-fir", *Can. J. For. Res.* 21: 143-151.
- TORRUBIANO, C.R. 1994. Funciones de ahusamiento para *Pinus radiata*. Tesis Mg. Ciencias. Universidad Austral de Chile. 96 pp + Anexos.
- VALENTI, M.A., Q.V. CAO. 1986. "Use of crown ratio to improve loblolly pine taper equations", *Can. J. For. Res.* 16: 1141-1145.
- WALTERS, D.K., D.W. HANN. 1986. "Taper equations for six conifer species in southwest Oregon", *Org. State Univ. For. Res. Lab. Res. Bull.* 56.

APENDICE

1. COEFICIENTE FUNCIONES DE AHUSAMIENTO

	Bruce <i>et al.</i> (1968)	Kozak (1988)	Perez <i>et al.</i> (1990)	Newnham (1992)	Torrubiano (1994)
b0		-0.059114891	-0.374585578	0.291776969	0.278887684
b1	0.87387285	0.920383781	1.051212397	0.361910825	0.069931389
b2	-0.01415928	0.005196718	0.636610023	-0.001961210	-1.101092307
b3	0.02698281	1.683208574	-0.111352169	-0.617191037	-0.144258626
b4	0.00000210	-0.339913275	0.200044133	-0.023879265	-0.000072559
b5	0.01603953	2.873285159		0.000099956	0.009040876
b6	-0.00023576	-1.443970181			
b7		0.174757922			

2. COEFICIENTES FUNCIONES DE VOLUMEN

Volumen total sin corteza

Ecuación N° 1: $v = 0.001055 dh$

Ecuación N° 2: $v = 0.018932 + 0.000031 d^2 h$

Ecuación N° 3: $v = -0.006405 + 0.001661 d + 0.000030 d^2 h$

Ecuación N° 4: $v = 0.003392 + 0.001052 h + 0.000030 d^2 h$

Ecuación N° 5: $v = -0.027787 + 0.000080 d^2 + 0.002247 h + 0.000027 d^2 h$

Ecuación N° 6: $\ln(v) = -10.237995 + 1.914677 \ln(d) + 1.036671 \ln((h*h)/(h-1.3))$

Volumen Indice de Utilización 08 cm sin corteza

Ecuación N° 1: $v_{08sc} = 0.001042 dh$

Ecuación N° 2: $v_{08sc} = 0.003687 + 0.000031 d^2 h$

Ecuación N° 3: $v_{08sc} = -0.032756 + 0.002390 d + 0.000030 d^2 h$

Ecuación N° 4: $v_{08sc} = -0.010290 + 0.000946 h + 0.000031 d^2 h$

Ecuación N° 5: $v_{08sc} = -0.046502 + 0.000093 d^2 + 0.002334 h + 0.000027 d^2 h$

Ecuación N° 6: $\ln(v_{08sc}) = -11.153715 + 2.245232 \ln(d) + 0.970898 \ln((h*h)/(h-1.3))$

Volumen Indice de Utilización 18 cm sin corteza

Ecuación N° 1: $v_{08sc} = 0.000909 dh$

Ecuación N° 2: $v_{08sc} = -0.110760 + 0.000031 d^2 h$

Ecuación N° 3: $v_{08sc} = -0.248643 + 0.008368 d + 0.000027 d^2 h$

Ecuación N° 4: $v_{08sc} = 0.003775 - 0.007753 h + 0.000034 d^2 h$

Ecuación N° 5: $v_{08sc} = -0.025628 + 0.000069 d^2 - 0.006665 h + 0.000032 d^2 h$

Ecuación N° 6: $\ln(v_{08sc}) = -17.925311 + 4.843788 \ln(d) + 0.226371 \ln((h*h)/(h-1.3))$